Lös rotekvationen $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} = 1$

En lösning utan kvadrering.

Låt $f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}$.

Notera att $f(-x) = f(x)$ och lösningar måste

vara i intervallet $[-2, 2]$ eftersom $x+2 \geq 0$
och $2-x \geq 0$

Då behöver vi bara undersöka om det finns

$0 \leq x \leq 2$ så att $f(x) = 1$.

Vidare kan vi se att $f(x)$ är avtagande ty

$$f'(x) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{(x+2)(2-x)}}$$

$$= \frac{-2x}{\left(\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}\right)\sqrt{(x+2)(2-x)}} \leq 0 \quad (x \geq 0)$$

observera att $f(2) = 2 > 1$. Då $f(x) > 1$ för alla

$0 \leq x \leq 2$. Alltså saknar ekvationen lösning.