

Seminarium 14/08-2026

Uppgift 1

Ett tal A skrivs med 2015 siffror. Varje par av siffror som ligger intill varandra bildar ett tal som är delbart med 23 eller 17. Den sista siffran i A är 1. Vilken är den första siffran?

Uppgift 2

Visa att om a, b, c är positiva tal gäller olikheten

$$\sqrt{a^2 + ac + c^2} \leq \sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{b^2 - bc + c^2}.$$

Ledtråd: Konstruera en fyrhörning $ABCD$ med vinklarna ADB och BDC lika med 60° och ADC lika med 120° så att $AD = a$, $BD = b$, och $CD = c$.

Uppgift 3

Antag att

$$p(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

är ett heltals polynom, och a, b, c, d är fyra olika heltal sådana att

$$p(a) = p(b) = p(c) = p(d) = 5.$$

Visa att det inte finns något heltal k så att $p(k) = 8$

Ledtråd: Om f är ett polynom som har a som rot så kan vi dela $f(x)$ med $(x - a)$.